Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+3\right)-3\sqrt{2}+2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2=$	**2p**
	$=2+2=4$	**3p**
2.	$f(m)=3m+2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$g(m)=2m+3$, pentru orice număr real m, deci $3m+2=2m+3$, de unde obținem $m=1$	**3p**
3.	$4x-3=2-x$, de unde obținem $5x=5$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele n, din mulțimea A, pentru care numărul $2n+1$ aparține mulțimii A sunt 1, 2, 3 și 4, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{9}$	**3p**
5.	$AO=3$, $BO=4$	**3p**
	Cum triunghiul AOB este dreptunghic în O, obținem $\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\frac{AO\cdot BO}{2}=6$	**2p**
6.	$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 45°=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p**
	$(\sin 60°+\sin 30°)(\sin 60°-\sin 30°)=\sin 45°\cdot\cos 45° \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$1\circ 2=3\cdot 1\cdot 2-2(1+2-1)=$	**3p**
	$=6-4=2$	**2p**
2.	$x\circ 1=3\cdot x\cdot 1-2(x+1-1)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$1\circ x=3\cdot 1\cdot x-2(1+x-1)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x, deci $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
3.	$(x\circ 2)+(x\circ 3)=4x-2+7x-4=11x-6$, pentru orice număr real x	**3p**
	$11x-6=5$, de unde obținem $x=1$	**2p**
4.	$(3n+1)\circ 1=3n+1$, pentru orice număr natural n	**2p**
	$3n+1<7$, de unde obținem $n<2$ și, cum n este număr natural, rezultă $n=0$ și $n=1$	**3p**
5.	$x\circ y=3xy-2x-2y+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=3x\left(y-\frac{2}{3}\right)-2\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=$	**3p**
	$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

6.	$x \circ \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \circ x = \frac{2}{3}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\left(\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3}\right) \circ \left(\frac{3}{4} \circ \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} \circ \left(\frac{3}{4} \circ \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) =$	**3p**
	$= 0 + 1 = 1$	**2p**
2.	$I_2 + A(a-1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a-2 \end{pmatrix} =$	**3p**
	$= \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} = A(a)$, pentru orice număr real a	**2p**
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = (a+1) \cdot (a-1) - 1 \cdot (-1) = a^2$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2 = a$, de unde obținem $a = 0$ sau $a = 1$	**2p**
4.	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+2a & -2a \\ 2a & a^2-2a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	**3p**
	$\begin{pmatrix} a^2+2a & -2a \\ 2a & a^2-2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, de unde obținem $a = 2$	**2p**
5.	Inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	**3p**
	$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$	**2p**
6.	$A(a) + I_2 = \begin{pmatrix} a+2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + I_2) = a^2 + 2a + 1$, pentru orice număr real a	**3p**
	$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real a	**2p**