

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $\sqrt{2}(\sqrt{2}+3) - 3\sqrt{2} + 2 = 4$.
- 5p 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 3$ függvények. Határozza meg azt az m valós számot, amelyre $f(m) = g(m)$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $2^{4x-3} = 2^{2-x}$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott n szám esetén a $2n+1$ szám eleme legyen az A halmaznak!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3,0)$ és $B(0,4)$ pontok. Számítsa ki az AOB háromszög területét!
- 5p 6. Igazolja, hogy $(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 60^\circ - \sin 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = 3xy - 2(x + y - 1)$ asszociatív műveletet.

- 5p 1. Igazolja, hogy $1 \circ 2 = 2$.
- 5p 2. Igazolja, hogy $e = 1$ a „ \circ ” művelet semleges eleme!
- 5p 3. Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $(x \circ 2) + (x \circ 3) = 5$.
- 5p 4. Határozza meg azokat az n természetes számokat, amelyekre $(3n+1) \circ 1 < 7$.
- 5p 5. Igazolja, hogy $x \circ y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(y - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3}$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p 6. Igazolja, hogy $\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3} \circ \frac{3}{4} \circ \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.

- 5p 1. Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 1$.
- 5p 2. Igazolja, hogy $I_2 + A(a-1) = A(a)$, bármely a valós szám esetén!
- 5p 3. Határozza meg azokat az a valós számokat, amelyekre $\det(A(a)) = a$.
- 5p 4. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 5. Határozza meg azt az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $X \cdot A(1) = A(2)$.
- 5p 6. Igazolja, hogy $\det(A(a) + I_2) \geq 0$, bármely a valós szám esetén!