

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 - 3i$ și $z_2 = 1 - 2i$. Arătați că $iz_1 + z_2 = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a + 2) = a + f(a)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x} = \sqrt{x^2 - x + 2}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $3n^2 > 100$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(8,2)$ și $C(1,9)$. Determinați distanța dintre punctul C și mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AC = 9$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1,2)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că matricea $A(x, y)$ este inversabilă, pentru orice numere reale distincte x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x, 2) \cdot A(x, 2) = 4A(y, 0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 5 - \frac{x+y}{2} + xy$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 3 = 6$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x * 5 = 2x$.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $(m - n) * (m + n) = m^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 8x - 2}{x^2 + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{8(x+1)(2-x)}{(x^2+2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $-2 \leq f(x) - f(y) \leq 2$, pentru orice $x, y \in [-4, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 - 3 + \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{26}{3}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (f(x) - 5x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}$.

-
- 5p** c) Determinați numărul real m pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) + 3}{\sqrt{x}}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$ este egală cu $58 + m \ln 2$.